Configuraciones Autogravitantes formadas por un Número Impar de Campos Escalares

Víctor Jaramillo

Instituto de Ciencias Nucleares
Universidad Nacional Autónoma de México
Asesor: Darío Núñez
Doctorado en Ciencias (Física)

XIII Taller de la DGFM

Las estrellas de bosones son configuraciones compactas y estacionarias de campo escalar que se mantienen unidas debido a la acción de la gravedad.

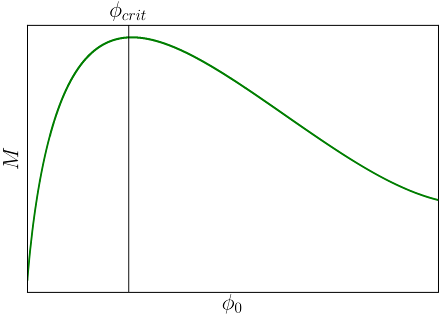
Son soluciones a la relatividad general de un campo escalar clásico (y complejo) en acople mínimo:

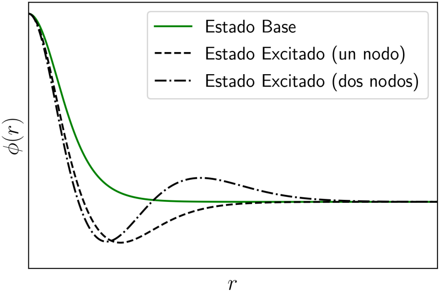
$$S = \frac{c^4}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g}\,(R + \mathcal{L}_\Phi)$$

Con densidad lagrangiana de potencial U dada por

$$\mathcal{L}_\Phi = -\frac{1}{2\kappa} \left[\nabla_\mu \Phi^* \nabla^\mu \Phi + U(|\Phi|^2) \right]$$

Con $U = \frac{m_\Phi^2 c^2}{\hbar^2}$ se pueden construir las llamadas mini-estrellas de bosones:





Varias generalizaciones a las estrellas de bosones pueden realizarse. Por ejemplo las estrellas de bosones rotantes, multiestado, multioscilantes, etc.

Los autores en (**Miguel Alcubierre et al 2018 Class. Quantum Grav.**) mostraron que al tomar $N = 2\ell + 1$ campo escalares ($\ell \in \mathbb{N}$) se puede realizar una generalización con propiedades interesantes.
Para ello se considera ahora una densidad lagrangiana

$$\mathcal{L}_\Phi = -\frac{1}{2\kappa}\left[\sum_{i=1}^{2\ell+1}\left(\nabla_\mu \Phi_i^* \nabla^\mu \Phi_i + \frac{m_\Phi^2 c^2}{\hbar^2}|\Phi_i|^2\right)\right]$$

Donde a los campos escalares se les impone una dependencia armónica en el tiempo, al igual que en la construcción de las mini-estrellas de bosones. Sin embargo cada campo escalar clásico tendrá una dependencia angular específica dada por

$$\Phi_i(t, r, \theta, \varphi) = \phi_\ell(t, r) Y^{\ell m}(\theta, \varphi). \tag{1}$$

El índice i de la sumatoria en $\mathcal{L}_\Phi$ se relacionará con los valores de m mediante $i = \ell + 1 + m$.

Para este conjunto de campos escalares puede mostrarse que

$$T_{\mu\nu} = \sum_i T^{(i)}_{\mu\nu},$$

donde $T^{(i)}_{\mu\nu}$ es el tensor de energía momento de cada campo escalar. Sucede entonces que esta combinación particular de campos escalares es tal que el tensor de energía momento total tiene simetría esférica.

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}(r). \tag{2}$$

La solución exacta de Ellis-Bronnikov

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dr^2 + (r^2 + b^2)d\Omega^2 \tag{3}$$

corresponde a un agujero de gusano con un campo escalar real, sin potencial y con un signo menos frente al término cinético

$$\mathcal{L}_{EB} = -\frac{1}{2\kappa}\left[-\nabla_\mu \Phi_i \nabla^\mu \Phi_i\right] \tag{4}$$

$-\infty < r < \infty$

¿Tomar un signo negativo en el término cinético del mismo lagrangiano de las estrellas de bosones ℓ permitiría construir un agujero de gusano?

Quisiéramos que mantuviera la propiedad de ser estático, esféricamente simétrico y asintóticamente plano como las estrellas de bosones ℓ y que tenga simetría de reflexión, como el agujero de gusano de Bronnikov.

Sin embargo

Teorema. No existen soluciones con simetría de reflexión sin un término de autointeracción en el potencial escalar.

Por lo que se debe considerar

$$\mathcal{L}_\Phi = -\frac{1}{2\kappa}\left[\sum_{i=1}^{2\ell+1}\left(-\nabla_\mu\Phi_i^*\nabla^\mu\Phi_i-\frac{m_\Phi^2c^2}{\hbar^2}|\Phi_i|^2+\frac{\lambda}{2\hbar^2}|\Phi_i|^2\sum_{j=1}^{2\ell+1}|\Phi_j|^2\right)\right]$$

Y un elemento de línea

$$ds^2 = -a(r)c^2 + \frac{dr^2}{a(r)} + R^2(r)d\Omega^2. \tag{5}$$

Se integran las ecuaciones de Einstein-Klein-Gordon correspondientes imponiendo las condiciones de simetría de reflexión en $r = 0$

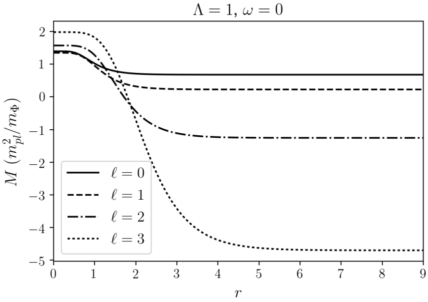
$$\left.\frac{d\chi_\ell}{dr}\right|_{r=0} = 0,\ \left.\frac{dR}{dr}\right|_{r=0} = 0,\ \left.\frac{da}{dr}\right|_{r=0} = 0,$$

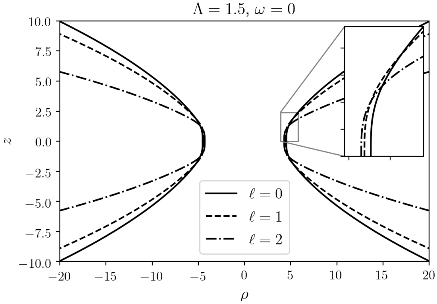
donde

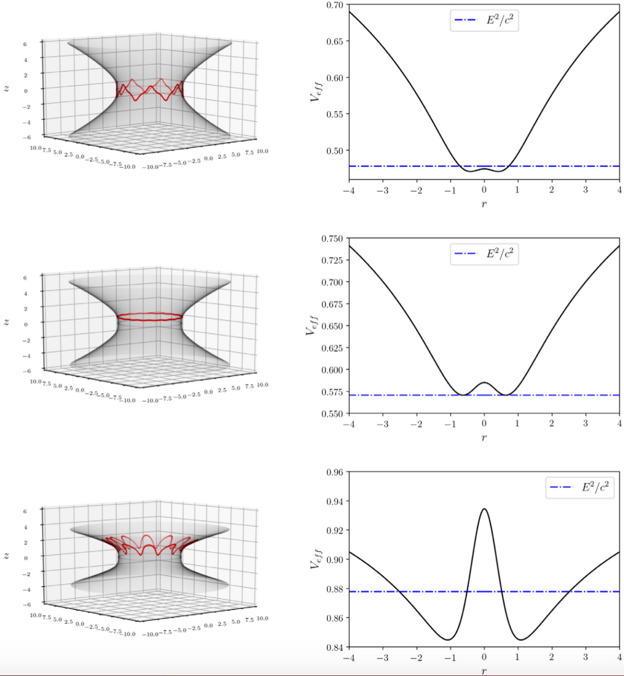
$$\phi_\ell(r,t) = e^{i\omega t}\chi_\ell(r).$$

Y la condición de ser asintóticamente plano en $r \to \infty$. Definiendo así un problema de integración numérica de ecuaciones diferenciales que se resuelve usando el método shooting variando sobre dos parámetros: el tamaño de la garganta $R(0)$ y el valor central de los campos escalares $\chi_\ell(0)$.

Los resultados fueron presentados en (**Belen Carvente et al 2019 Class. Quantum Grav.**), reportando soluciones para distintos valores de los parámetros ℓ, $\Lambda \equiv \lambda/2\hbar^2$ y ω.



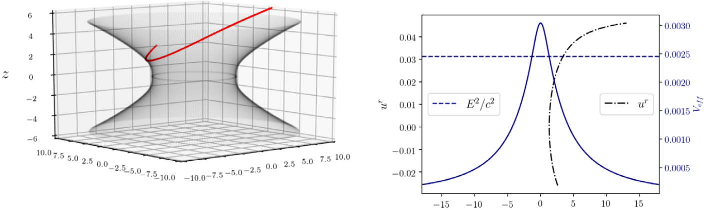




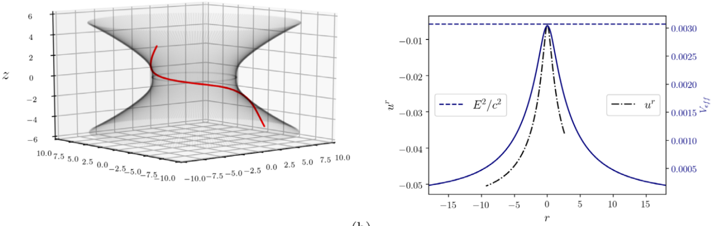
E^2/c^2
V_{eff}
r
z
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
0.750
0.725
0.700
0.675
0.650
0.625
0.600
0.575
0.550
0.96
0.94
0.92
0.90
0.88
0.86
0.84
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

Agujero de Gusano ℓ

Movimiento de partículas en caída libre



(a)



(b)

CONCLUSIONES

- Se tiene una generalización al agujero de gusano de Dzhunushaliev
- Análisis de estabilidad (esférica y 3D) de las Estrellas de Bosones ℓ podrían indicar diferentes resultados en la (in)estabilidad de los agujeros de gusano ℓ.

$\mathbb{GRACIAS}$